20) Estudiar continuidad y derivabilidad de a) $y=\dfrac{x}{1+|x|}$ b) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{3+e^{1/x}} & si\ x\neq 0\\ 0 & si\ x=0\end{cases}$ c) $f(x)=\left|\dfrac{x-3}{x}\right|$

21) a) Hallar a y b para que la función $f(x)=\begin{cases}\ln(e+sen\ x) & \text{si } x<0\\ x^3+ax+b & \text{si } x\geq 0\end{cases}$ sea continua en x = 0. b) Hallar a y b para que f(x) sea derivable en x = 0 c) Calcular $f'\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)$

22) Calcular, simplificando, la derivada de la función: $f(x)=\ln\dfrac{1-\cos x}{1+\cos x}$

23) Dada $f(x)=\dfrac{senx+sen(x+1)}{\cos x-\cos(x+1)}$ en el intervalo $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$, demostrar, derivando, que *f*(*x*) es constante.

24) Estudiar la derivabilidad de la función $f(x)=x|x-1|$ en $x=1$.

25) Si $f(x)=(x+1)^2$ y $g(x)=3x$, calcular la derivada de la función compuesta $g(f(x))$.

26) Aplicar el teorema de Rolle, si es posible, a la función $f(x)=|senx|$ en $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$.

27) La función $f(x)=1-\sqrt[3]{x^2}$ es continua en el intervalo [–1, 1] y además f(–1) = f(1), pero no se cumple la tesis del teorema de Rolle, o sea, no existe ningún valor $c\in(-1,1)$ tal que f'(*c*) = 0. ¿ Por qué?

28) Demostrar que la derivada del polinomio $f(x)=x^3-x+1$ tiene al menos una raíz en el intervalo [-1,1].

29) La función $f(x)=|x^2-5|$ verifica que f(1) = 4 y f(3) = 4. Por tanto f(1) = f(3). Sin embargo, su derivada no se anula en ningún punto entre 1 y 3 como asegura el teorema de Rolle. ¿Cómo es posible?.

30) Dada la función $f(x)=x+\cos\pi x$ se pide: a) encontrar una función *g(x)* de la forma $m.x^2+n$ tal que *g(0) = f(0)* y *g(1) = f(1)* y demostrar que existe un punto p en el intervalo (0, 1) con la propiedad de que *f'*(p) = *g'*(p).

31) ¿Hay alguna función f(x) que no tenga límite cuando x tiende a 2 y que, sin embargo, $[f(x)]^2$ sí tenga límite cuando x tienda a 2?. Si la respuesta es afirmativa, póngase un ejemplo, si es negativa, justifíquese.

32) Sin calcular la derivada de la función f(x) = x(x+1)(x+2) averiguar razonadamente cuantas raíces reales tiene la ecuación f'(x) = 0 y determinar los intervalos a los que pertenecen.

33) Sea f continua en el intervalo cerrado [a,b], con derivada segunda en el intervalo abierto (a,b). Demostrar que si f(x) = 0, en al menos tres valores de x en [a,b], entonces f''(x) = 0, para al menos un valor de x en (a,b).

34) Utilizando el teorema de los incrementos finitos demostrar que para cualesquiera números reales a<b, se verifica que $senb-sena\leq b-a$.

35) Sea la función $f(x)=\begin{cases}x^2+4x+3 & si\quad x\leq 0\\ -x^2+ax+b & si\quad x>0\end{cases}$, a) Hallar los valores de *a* y de *b* para que sea derivable en todo R. b) Tomando *a* = 3 y *b* = 4 hallar los puntos de la curva en los que la recta tangente es paralela a la cuerda que une los puntos A(1, 6) con B(5, –6).

36) Hallar las coordenadas del punto M situado en el arco AB de la curva $y=(x^3+4)/x^2$ si la tangente a la curva en este punto es paralela a la cuerda AB, siendo A(1,5); B(2,3).

37) Sea la función $f(x)=\begin{cases}x^2+bx+c & si\ x\leq 0\\ \dfrac{\ln(1+x)}{x} & si\ x>0\end{cases}$ a) Determinar c para que f sea continua en 0 b) Determinar b para que f sea derivable en 0 c) Utilizando el Teorema del Valor Medio de Lagrange demostrar que existe un punto $x_0\in(0,e-1)$ tal que $f'(x_0)=\dfrac{2-e}{(e-1)^2}$.