1) Sean las funciones $f(x) = 2^{x-1} + 3$ $\quad g(x) = 3arcsen\dfrac{x}{2}$ Calcular a) f^{-1} b) g^{-1} c) $g \circ f$ d) $f^{-1} \circ f$.

2) Calcular, si es posible, el valor de A para que la función $f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen}\dfrac{1}{x} & si\ x \neq 0 \\ A & si\ x = 0 \end{cases}$ sea continua en x = 0.

3) La función f(x) = x . cotag x, no está definida para x = 0. Determinar f(0) de tal forma que f(x) sea continua en este punto. ¿Hay algún otro punto donde la función f(x) no sea continua? ¿Cuáles? Razona la respuesta.

4) Calcular a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen} x & si\ x \leq -\pi/2 \\ a \operatorname{sen} x + b & si\ -\pi/2 < x < \pi/2 \\ 2\cos x & si\ x \geq \pi/2 \end{cases}$ sea continua en todo R.

5) Estudiar la continuidad en 0 de a) f(x) = $e^{1/x}$ b) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1}{x}}$

6) Hallar a y b de modo que la función $f(x) = \begin{cases} a(x-1)^2 & si\ x \leq 0 \\ \operatorname{sen}(b+x) & si\ 0 < x < \pi \\ \pi / x & si\ x \geq \pi \end{cases}$ sea continua.

7) Calcular el valor de A, para que la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x - |x|}{x} & si\ x \neq 0 \\ A & si\ x = 0 \end{cases}$ sea continua en 0.

8) Determinar a y b, para que: $f(x) = \begin{cases} a \cdot e^{\frac{\operatorname{sen}^2 x}{x}} + b \cdot \cos x & \text{si} \quad x < 0 \\ 6 & \text{si} \quad x = 0 \\ 3 \cdot a \dfrac{\operatorname{sen} x}{x} + b(x-1) & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$ sea continua en toda la recta real.

9) Probar que f(x)= x + sen x – 1 es continua $\forall\ x \in$ R y que existe al menos una solución de f(x) = 0 en [0, π/2].

10) Si f es una función continua en un punto a $\in$ R y g es discontinua en el mismo punto, ¿puede ser la función f + g continua en a?

11) Dar un ejemplo de una función f, discontinua en todos los puntos de [0, 1] y tal que |f| sea continua en todos los puntos de [0, 1].

12) ¿Puede existir una función f, acotada en [1,3], con f(1) < 0, f(3) > 0 y tal que no exista c $\in$ (1,3) con f(c) = 0?

13) Demuestra que $e^x = x + 3$ tiene, al menos, una raíz real. Acotar la raíz obtenida entre dos valores enteros consecutivos.

14) Dada la función f(x) = $\dfrac{x^2 - 2}{x}$ ¿Se anula en algún punto del intervalo [–1 , 1]?. Comprueba que f(–1) y f(1) tienen valores de signo contrario ¿Se contradice con el teorema de Bolzano?

15) Demostrar que la ecuación $x^3 - 3x + 1 = 0$ posee una solución real. Determinar una aproximación de dicha solución.

16) ¿Se puede aplicar el teorema de Bolzano a la función $f(x) = \dfrac{1}{\cos x}$ en el intervalo $[0, \pi]$?

17) Demuestra que las gráficas de las funciones $y = x^3$ e $y = \cos x$ se cortan en algún punto.

18) Sea f la función definida en el intervalo [–5, 5] por: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 72x + 90$ a) ¿Conoces algún teorema que garantice que la función f alcanza el máximo absoluto y el mínimo absoluto en el intervalo [–5, 5]? Razona la respuesta. b) Determinar el máximo absoluto y el mínimo absoluto de f en [–5. 5].

19) Probar que la función dada por $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 6 & \text{si} \quad x \leq 2 \\ 2x^3 + 3x - 26 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$ es continua en el intervalo [–3,3] y encontrar los valores máximo y mínimo de la función f(x) en dicho intervalo. Probar que la ecuación f(x) = 0 tiene exactamente una solución en el intervalo abierto (–3,0).