1.- Calcula y simplifica:

a) $\dfrac{(7-i)i^{43}}{-2+i}$ **Sol.:** 3i - 1

b) $\sqrt[3]{4-4\sqrt{3}\,i}$ **Sol.:** 2_{100° , 2_{220° , 2_{340°

c) $\sqrt[3]{\left(\dfrac{\sqrt{3}+i}{-1+i}\right)^2}$ **Sol.:** $\sqrt[3]{2}_{50^\circ}$, $\sqrt[3]{2}_{170^\circ}$, $\sqrt[3]{2}_{290^\circ}$

d) $\sqrt[5]{\dfrac{-32\sqrt{2}\,i}{1-i}}$ **Sol.:** 2_{63° , 2_{135° , 2_{207° , 2_{279° , 2_{351°

e) $\sqrt[4]{-2+2\sqrt{3}\,i}$ **Sol.:** $\sqrt{2}_{30^\circ}$, $\sqrt{2}_{120^\circ}$, $\sqrt{2}_{210^\circ}$, $\sqrt{2}_{300^\circ}$

f) $\sqrt[3]{\dfrac{2-6i}{1+2i}}$ **Sol.:** $\sqrt{2}_{75^\circ}$, $\sqrt{2}_{195^\circ}$, $\sqrt{2}_{315^\circ}$

g) $\dfrac{2-3i}{2+i}-(2+2i)^2$ **Sol.:** $\dfrac{1-48i}{5}$

h) $\dfrac{(2+i)^2+(1-i)^2}{1-\frac{3}{2}i}$ **Sol.:** 2i

i) $(3+5i)\cdot i^{195}-\dfrac{7+5i}{1+i}$ **Sol.:** 4 + 3i

j) $(\cos 30^\circ + i sen 30^\circ)^7$ **Sol.:** $\dfrac{-\sqrt{3}}{2}-\dfrac{i}{2}=1_{210^\circ}$

k) $\dfrac{2+i}{3-i}+\dfrac{(2-i)^2}{i}$ **Sol.:** $\dfrac{-7}{2}-\dfrac{5i}{2}$

l) $\dfrac{5\cdot i^{127}(2-i)^2-5(3-i)(3+i)}{1-2i}$ **Sol.:** –8 – 31i

2.- Resuelve en el cuerpo de los números complejos la ecuación: $x^2-2x+10=0$

Sol.: $x_1 = 1+3\,i$ $\quad x_2 = 1-3\,i$

3.- Dado el cociente $\dfrac{3-2xi}{4-3i}$, hallar x para que sea: a) un número real b) un número imaginario puro.

Sol.: a) $x = \dfrac{9}{8}$ b) x = –2

4.- Dados los números complejos $z_1 = 1-\sqrt{3}\,i$; $z_2 = 2i$; $z_3 = 4_{210^\circ}$ Expresar z_1 y z_2 en forma polar. b)Expresar z_3 en forma binómica. c)Calcular en forma polar: $z_1\cdot z_2$, $\dfrac{z_1}{z_2}$, $z_1^{\,6}$ **Sol.:a)**$z_1=2_{300^\circ}$ $z_2=2_{90^\circ}$

b)$z_3=-2\sqrt{3}-2i$ **c)** $z_1\cdot z_2 = 4_{30^\circ}$, $\dfrac{z_1}{z_2}=1_{210^\circ}$, $z_1^{\,6}=64_{0^\circ}$

5.- Explica como debe ser un número complejo para que su cuadrado sea:

a) Un número imaginario puro. b) Un número real positivo. c)Un número real negativo.

6.- Calcular el valor de “a” , para que el módulo del número complejo $w = \dfrac{a+i}{2+i}$ sea igual a $\sqrt{2}$.

Sol.: a = ± 3

7.- Resuelve la ecuación $x^4 + 4 = 0$. Dando las cuatro soluciones en forma binómica.

Sol.: $x_1 = 1+i$, $x_2 = -1+i$, $x_3 = -1-i$, $x_4 = 1-i$

8.- Si el producto de dos números complejos es –8 y dividiendo el cubo de uno de ellos entre el otro, obtenemos de resultado 2, ¿cuánto valen el módulo y el argumento de cada uno? **Sol.:** 2_{45° y 4_{135°

9.- a) ¿Qué figura forman los afijos de todos los números complejos del mismo módulo? ¿Y los del mismo argumento? b) Escribe el polinomio cuyas raíces son 1 + 2 i y 1 – 2 i.

Sol.: a) una circunferencia de radio el módulo y un semirrecta. **b)** x^2-2x+5

10.- El producto de dos números complejos es –8 y uno de ellos es el cuadrado del otro. Calcúlalos.

11.- Un pentágono regular con centro en el origen de coordenadas tiene uno de sus vértices en el punto $\left(\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$. Halla los otros vértices y la longitud de su lado.

12.- Escribe una ecuación de tercer grado, con coeficientes reales, sabiendo que dos de sus soluciones son $x_1 = 1 \quad y \quad x_2 = 2\sqrt{2}_{315^\circ}$ **Sol.:** $x^3 - 5x^2 + 12x - 8 = 0$

13.- Halla las coordenadas de los vértices del triángulo ABC, sabiendo que son los afijos de las raíces cúbicas de -64. Calcula su área.

14.- Un número complejo tiene de módulo 15 y si lo sumamos con su conjugado da 24 ¿Cuál es ese número?

Sol.: $12 \pm 9i$

15.- Hallar un número complejo, que sumado con $\dfrac{1+i}{2-2i}$ dé cómo resultado otro complejo de módulo $\sqrt{2}$ y argumento 45º. **Sol.:** $1+\dfrac{i}{2}$

16.- Expresar en forma polar y binómica los números complejos que verifiquen que su cubo sea igual a: $27\cdot\left(\cos\dfrac{3\pi}{2}+i\ sen\dfrac{3\pi}{2}\right)$

17.- Los afijos de tres números complejos forman un triángulo de vértices A(3, 0), B(-1, 4) y C(0, -5). Si se multiplica cada uno de los números complejos por el número i, se obtienen otros tres números complejos cuyos afijos son A', B' y C', vértices del triángulo A'B'C'. Calcula las coordenadas de estos vértices.